

Réseau de paquets d'énergie avec batterie à capacité finie

Sébastien Samain¹, Josu Doncel², Ana Busic¹, Jean-Michel³ Fourneau

¹ INRIA, 2 Rue Simone Iff, 75012 Paris (France)

{sebastien.samain,ana.busic}@inria.fr

² Université du Pays Basque, Barrio Sarriena s/n, 48940 Leioa (Espagne)

josu.doncel@ehu.eus

³ Université de Versailles, 45 avenue des Etats Unis, 78035 Versailles cedex (France)

Jean-Michel.Fourneau@uvsq.fr

1 Introduction

Nous voyons apparaître des systèmes informatiques distribués (centres de données, réseaux de capteurs, smart grid,...) de plus en plus grands. En parallèle, les contraintes environnementales sur la consommation, devant être la plus basse possible, et les sources possibles d'énergie disponibles, celles-ci produisant de l'électricité de manière intermittente (panneaux solaires photo-voltaïques, éoliennes,...), appellent à une plus grande vigilance sur la consommation et la disponibilité locale de l'énergie électrique alimentant ces systèmes distribués. On voudrait prendre en compte ces contraintes lors du dimensionnement du système, en supposant que les unités transmettant des données sont alimentées par un réseau de batteries rechargées par des sources d'énergie renouvelable.

En théorie des files d'attente, on modélise ces systèmes par ce que l'on appelle un Réseau de Paquets d'Énergie (EPN, Energy Packet Network en anglais) [GTC16]. Un EPN est constitué de deux types de noeuds : les files données et les files énergies. Dans [GTC16], on suppose que les files d'énergie (batteries) et de données ont capacité infinie. Ce genre de réseau de files d'attente peut être vu comme un cas particulier de G-réseau avec trigger [Gel93], ce qui fait que la distribution stationnaire à une forme produit. Dans ce travail, nous nous intéressons à une extension de ce modèle, en supposant que les batteries sont de capacité finie.

2 Description du modèle

Nous considérons le modèle EPN avec les contraintes suivantes :

- à chaque file de transmission de données est assignée une unique file d'énergie (batterie)
- chaque batterie est de *capacité finie*.

Notre réseau devient donc un ensemble de n "blocs" composé d'une file données et d'une file énergie, vérifiant les contraintes suivantes :

- la file données du bloc i est de capacité infinie et est alimentée par un processus d'arrivée poissonnienne de taux λ_i ;
- la file énergie du bloc i est de capacité finie B_i ; elle est alimentée par un processus d'arrivée poissonnienne de taux α_i ; si y_i est le nombre de paquets de cette file, alors ces paquets fuient selon un temps exponentiellement distribué de paramètre $\beta_i(y_i)$, en concurrence avec un temps de service exponentiellement distribué de paramètre $\mu_i(y_i)$;
- lorsque qu'une fuite à lieu dans une file d'énergie, le paquet qui a fuit sort du réseau ;
- lorsqu'un service à lieu dans une file d'énergie du bloc i , un paquet de la file donnée du même bloc est servi ; le paquet de donnée sort du réseau avec probabilité $p_{i,s}$ et est transféré à la file données du bloc j avec probabilité $p_{i,j}$; dans les deux cas, le paquet de la file énergie du bloc i qui vient d'être servi sort du réseau ;
- de plus, si un paquet arrive à la file énergie du bloc i et que celle-ci est pleine, alors il quitte immédiatement le réseau avec probabilité $1 - p_i$, ou sinon, il sert un paquet de donnée du même bloc ; le paquet de donnée servi sort du réseau ou est transféré vers une autre file selon les mêmes règles de routage ; le paquet d'énergie quitte ensuite le réseau. Dans les deux cas, le nombre de paquets de la file énergie du bloc i reste inchangé après passage du paquet d'énergie n'ayant pu être accueilli faute de place (c'est-à-dire qu'elle reste pleine jusqu'à complétion d'une fuite ou d'un service).

Une représentation schématique est donnée par la figure ci-après.

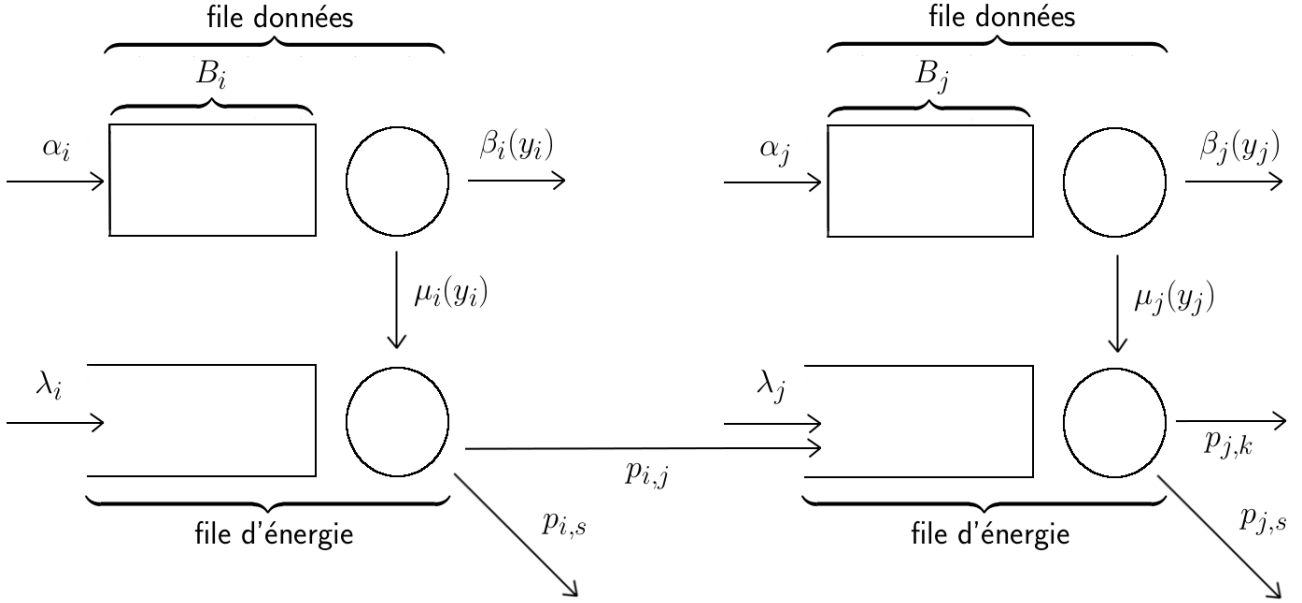


FIG. 1 – Réseau de Paquet d’Energie avec batteries à capacité finie

3 Résultat Obtenu

La deuxième contrainte formulée au début de la section précédente (capacité finie de la file énergie) fait sortir notre réseau de files d’attente du cadre classique des G-réseaux avec trigger dans lequel on sait qu’il y a une forme produit.

On modélise l’état de notre EPN par un vecteur $(x, y) \in \mathbb{N}^n \times \prod_{i=1}^n \llbracket 0, B_i \rrbracket$, où x_i représente le nombre de paquets de données dans la i -ème file données et y_i représente le nombre de paquets d’énergie dans la i -ème file d’énergie.

Nous avons obtenu le résultat suivant :

Theorem 1. *Supposons que pour tout $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$, il existe une fonction f_i définie sur $\llbracket 0, B_i \rrbracket$ et strictement positive sur $\llbracket 1, B_i \rrbracket$, et une paire de constantes $(b_i, m_i) \in \mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}_+^*$ telle que $\beta_i(y_i) = b_i f_i(y_i)$ et $\mu_i(y_i) = m_i f_i(y_i)$. Supposons que $p_i = \frac{m_i}{m_i + b_i}$, et soit*

$$\gamma_i(y_i) = \frac{\alpha_i}{(b_i + m_i) f_i(y_i)}, \quad \rho_i = \frac{\lambda_i + \left(\sum_{j=1}^n \alpha_j p_j \rho_j p_{j,i} \right)}{\alpha_i p_i}.$$

Si $\forall i \in \llbracket 1, n \rrbracket, 0 < \rho_i < 1, 0 < \gamma_i$, alors le modèle de réseau de files d’attentes décrit précédemment admet une distribution stationnaire π qui a une forme produit définie par :

$$\pi(x, y) = \left(\prod_{i=1}^n C_i (1 - \rho_i) \rho_i^{x_i} \prod_{j=1}^{y_i} \gamma_i(j) \right)$$

avec $C_i = \frac{1}{\sum_{j=0}^{B_i} \prod_{k=1}^j \gamma_i(k)}$.

Ainsi, en particulier on obtient une forme produit lorsque les files d’énergie sont $M/M/1$ (ce qui peut être modélisé par $f_i(y_i) = 1_{[y_i > 0]}$, $\forall y_i \in \llbracket 1, B_i \rrbracket, \beta_i(y_i) = b_i$) ou $M/M/B_i$ (ce qui peut être modélisé par $f_i(y_i) = y_i$, $\forall y_i \in \llbracket 1, B_i \rrbracket, \beta_i(y_i) = y_i b_i$).

Références

- [Gel93] Erol Gelenbe. G-networks with triggered customer movement. *J. App. Probab.*, 1993.
- [GTC16] Erol Gelenbe and Elif Tugce Ceran. Energy packet network with energy harvesting. *IEEE Access*, 2016.