

# ÉLICITATION INCRÉMENTALE COMBINÉE À LA RECHERCHE HEURISTIQUE POUR L'OPTIMISATION COMBINATOIRE MULTI-OBJECTIFS

*Auteure : Cassandre Leroy*

Dans ce travail, on s'intéresse à l'élicitation de préférences sur domaine combinatoire en décision multicritère. Dans ce contexte, les solutions sont représentées par des vecteurs réels à plusieurs dimensions. Pour déterminer la valeur d'une solution il existe une riche littérature qui propose différents agrégateurs (comme la somme pondérée, la moyenne pondérée ordonnée dit OWA [4], ou encore l'intégrale de Choquet) selon le type de comportement que l'on veut traduire. La plupart de ces fonctions d'agrégation sont paramétrables, ce qui permet d'adapter le modèle aux préférences du décideur. On suppose ici que les paramètres permettant de représenter au mieux ses préférences ne sont pas connus. À la place, il s'agit pour nous de collecter des informations sur ses préférences pour apprendre ces paramètres, ou du moins en apprendre suffisamment pour pouvoir faire une recommandation pertinente.

L'approche classique en élicitation des préférences est d'apprendre les meilleurs paramètres possibles à l'aide d'un historique, autrement dit une base de données contenant des informations sur les préférences du décideur. Après avoir déterminé les paramètres, on résout le problème considéré à l'aide d'un algorithme de résolution avec préférences connues. Cependant, deux difficultés se posent. Tout d'abord, on sait que les agrégateurs ont une grande sensibilité à leur paramètre. C'est un problème si les bases de données ne sont pas assez grandes, ou si elles sont trop anciennes. De plus, cette approche est difficilement applicable dans le cadre de problèmes sans historique. La deuxième difficulté est que les paramètres sont très difficiles à déterminer avec précision. On poserait beaucoup de questions et, en fin de procédure, elles deviendraient délicates pour le décideur avec des solutions difficiles à comparer.

Ainsi, dans ce travail, nous ne souhaitons pas apprendre précisément les paramètres mais nous cherchons à la place à réduire suffisamment l'espace des paramètres admissibles jusqu'à trouver la meilleure solution pour le décideur. C'est l'approche incrémentale [3]. Des travaux utilisant cette approche ont déjà été réalisés sur des problèmes combinatoires pour lesquels il existe des algorithmes de résolution efficaces dans les cas où les paramètres sont connus. Dans le cadre de ce stage, l'objectif est de considérer des problèmes sur domaine combinatoire pour lesquels il n'existe pas d'algorithme efficace pour résoudre le problème avec préférences connues. Toutes les solutions sont définies de manière implicite et sont en nombre exponentiel en la taille du problème. Conséquemment, elles sont trop nombreuses pour être comparées de manière exhaustive. L'approche nouvelle, que nous développons dans ce rapport, est d'intégrer l'apprentissage actif des paramètres à la résolution du problème par une recherche heuristique. L'intérêt est de poser moins de questions dans un temps d'exécution inférieur à la méthode classique. Effectivement, l'intégration de la résolution à l'apprentissage permet d'apprendre seulement la part d'information sur les paramètres qui est utile pour résoudre le problème donné. Nous faisons une économie d'apprentissage pour la cibler sur notre problème. Une thèse consacrée à ce sujet n'exploite que des algorithmes de résolution exacte [1]. L'approche heuristique que nous faisons nous permet de considérer des problèmes combinatoires difficiles qui n'ont pas forcément d'algorithme de résolution efficace, comme le problème du voyageur de commerce, sur lequel nous appliquons nos différentes méthodes.

Ainsi, nous présentons deux algorithmes heuristiques permettant de résoudre tout problème d'optimisation combinatoire multi-objectifs, sous les conditions suivantes : la fonction de scalarisation

doit être linéaire en ses paramètres (comme une somme pondérée ou un OWA), et une solution (quasi-)optimale doit pouvoir être déterminée efficacement lorsque les paramètres sont connus avec précision. Nous avons d’abord proposé une approche générale fondée sur la recherche locale et l’élicitation incrémentale de préférences, nommée ILS (Interactive Local Search). Une phase d’initialisation est utilisée pour générer rapidement une solution de départ prometteuse. Dans une deuxième phase, nous posons des questions entre les solutions voisines, générées par une fonction de voisinage. Cette méthode ne comporte aucune garantie sur le nombre de questions, la qualité de la solution ou le temps d’exécution mais devant ces résultats encourageants, qui nous ont permis de publier un article à la conférence internationale ADT 2019, nous avons proposé une autre méthode heuristique interactive, utilisant cette fois-ci l’approche génétique, nommée IGA (Interactive Genetic Algorithm). En effet, l’approche génétique permet de bénéficier du voisinage de plusieurs solutions contrairement à la recherche locale où nous ne travaillons qu’avec le voisinage d’une seule solution. On commence par évaluer et sélectionner les meilleures solutions d’une population initiale générée aléatoirement. Puis, à partir de ces dernières solutions, on crée de nouvelles solutions par croisements et mutations. On obtient ensuite une nouvelle population par sélection, en posant des questions au décideur. Puis, on itère ces étapes dans le but de simuler le principe de l’évolution. On peut interrompre le processus après un nombre arbitraire d’itérations (aussi appelées générations), après l’identification d’une solution de qualité satisfaisante, ou encore après un temps imparti. Cette approche nous permet d’avoir une garantie polynomiale sur le temps de calcul et le nombre de questions. Ces résultats nous ont permis de publier un article à la conférence internationale AAAI 2020. Finalement, avec l’objectif d’obtenir une garantie de performance sur la qualité des solutions retournées, nous avons proposé une méthode en deux phases. Elle consiste à lancer tout d’abord un de nos algorithmes heuristiques, puis une méthode exacte récente basée sur le polyèdre formé par les contraintes sur les paramètres. Cela nous a permis d’avoir un temps d’exécution plus rapide que la méthode exacte, avec un nombre de questions équivalent.

Dans le but de démontrer l’efficacité de nos algorithmes, nous les avons testés sur des instances du voyageur de commerce multi-objectifs, avec une somme pondérée et un OWA. Les instances sont de 50 ou 300 villes et varient entre 3 et 7 critères. Nos algorithmes sont évalués selon leur temps d’exécution, le nombre de questions posées et l’écart à l’optimum. Ces tests nous ont permis d’observer que l’algorithme fondé sur la génétique possède de meilleures performances globales que celui de recherche locale. Par exemple, pour 50 villes et 6 critères, la recherche locale pose 32.24 questions en 36.25s avec une précision de 1.77% contre 18.70 questions en 21.18s avec 0.93% de précision pour notre algorithme génétique. Ainsi, IGA nous permet d’étendre nos tests sur 300 villes pour obtenir, par exemple pour 6 critères, 20.03 questions en 181.78s avec un pourcentage d’erreur à l’optimal de 1.96%

## Références

- [1] N. Benabbou. *Procédures de décision par élicitation incrémentale de préférences en optimisation multicritère, multi-agents et dans l’incertain*. PhD thesis, 2017.
- [2] N. Benabbou and T. Lust. A general interactive approach for solving multi-objective combinatorial optimization problems with imprecise preferences. In *Proceedings of SOCS’19*, pages 164–165, 2019.
- [3] C. Boutilier, R. Patrascu, P. Poupart, and D. Schuurmans. Constraint-based optimization and utility elicitation using the minimax decision criterion. *Artificial Intelligence*, 170(8-9) :686–713, 2006.

- [4] Sami Kaddani, Daniel Vanderpooten, Jean-Michel Vanpeperstraete, and Hassene Aissi. Weighted sum model with partial preference information : application to multi-objective optimization. *European Journal of Operational Research*, 2017.