

Modèle de load flow et décomposition spectrale pour l'optimisation des réseaux électriques

Iliass Aymaz¹, Jean-Guy Caputo¹, Arnaud Knippel¹

INSA Rouen Normandie
Laboratoire de Mathématiques de l'INSA de Rouen
{caputo, arnaud.knippel}@univ-ubs.fr

Mots-clés : *programmation quadratique, laplacien de graphe, génération de colonnes*

1 Introduction

En régime périodique, les réseaux électriques sont régis par des équations non linéaires dites *load flow* décrivant les flux de puissance active et réactive entre les noeuds. Sous certaines conditions, ces équations peuvent se ramener à un système linéaire singulier avec la matrice Laplacien de graphe. On peut alors analyser le réseau grâce au spectre du Laplacien. En nous basant sur les résultats obtenus dans [1], nous proposons une approche de programmation mathématique pour optimiser le dimensionnement des générateurs d'un réseau électrique. Cette formulation s'appuie sur des vecteurs propres de la matrice Laplacien de graphe, qui a l'avantage d'être symétrique et donc d'avoir des valeurs propres réelles.

2 Un programme quadratique pour minimiser la puissance sur les lignes

Le réseau électrique est représenté par un graphe (V, E) et on note V_{Gen} le sous-ensemble des sommets qui sont dotés d'un générateur. Nous notons G le vecteur des puissances produites par les générateurs sur les noeuds du réseau, et g sa projection sur une base de vecteurs propres du Laplacien de graphe Δ du réseau. De même nous notons L le vecteur des charges (les consommations) et l sa projection sur la base de vecteurs propres de Δ . Dans le problème de base que nous étudions, les charges sont données, et le but est d'ajuster les composantes G_k de G qui varient dans des ensembles D_k pour minimiser une norme de la puissance sur les lignes. Avec notre modèle simplifié de load flow pour un réseau de transmission, la norme quadratique se ramène à une formule de type Parseval, faisant intervenir les valeurs propres ω_i^2 de Δ (voir [1]).

$$\left\{ \begin{array}{ll} \min & \sum_{i=2}^n \frac{(g_i - l_i)^2}{\omega_i^2} \\ \text{Subject to} & \\ & G_k = \sum_{i=2}^n g_i v_k^i \geq 0 \quad \forall k \in V_{Gen} \\ & G_k = \sum_{i=2}^n g_i v_k^i = 0 \quad \forall k \notin V_{Gen} \\ & G_k \in D_k \quad \forall k \in V \end{array} \right.$$

Ce programme quadratique est strictement convexe lorsque les variables sont continues.

Nous proposons une stratégie de type génération de colonnes pour ce type de modèles, où les colonnes correspondent ici aux vecteurs propres. Nous illustrons sur des réseaux IEEE l'effet d'une telle stratégie. Les résultats numériques montrent qu'on peut approcher une solution optimale sans prendre en compte tous les vecteurs propres de la matrice (et donc avec un programme mathématique de taille réduite). Ce type de stratégie de résolution pourrait constituer une alternative intéressante pour la reconfiguration rapide des réseaux.

3 Remerciements

Ce travail a bénéficié, par le projet XTerM, d'un cofinancement de la Région Normandie et de l'Union Européenne (FEDER).

Références

- [1] Jean-Guy Caputo, Arnaud Knippel and Nicolas Retiere, Spectral analysis of load flow equations for transmission networks. *Engineering Research Express*, 2019.