Approches par horizon roulant pour un problème de planification stochastique

Nassima Benammar[1,3], Philippe Chrétienne[1], Emmanuel Hyon[1,3], Alain Jean-Marie[2]

[1] LIP6, Université Paris Sorbonne, CNRS, Paris, France
{ Emmanuel.Hyon,philippe.chretienne}@lip6.fr

[2] INRIA, LIRMM, Université de Montpellier, CNRS, Montpellier, France
alain.jean-marie@inria.fr

[3] Université de Paris Nanterre, Nanterre, France
{bendimen,emmanuel.Hyon}@parisnanterre.fr

Mots-clés : *Planification, Optimisation stochastique, Horizon Roulant.*

1 Contexte et motivations

Les problèmes de planification stochastique sont courants dans de nombreux domaines d'application : chaîne logistique [4], gestion de production, système de réservation (réservations de centres de vacances [5], de spots télévisés [2],...), affectation des patients à un bloc chirurgical [1], lancement de satellites [3] par exemple. Si les approches exactes de programmation dynamique stochastique pourraient en théorie résoudre ces problèmes, l'explosion combinatoire rend de telles approches inopérantes en pratique et il n'existe pas de nos jours une méthode unifiée de résolution. Parmi les multiples méthodes d'optimisation stochastique de la littérature, celles à horizon roulant se révèlent bien adaptées à ce problème stochastique multi-étapes. Ces méthodes d'approximation consistent à traiter le problème dynamique en ne considérant, à chaque instant, qu'un sous problème comportant un nombre limité d'étapes futures. Ce sous problème peut être résolu soit dynamiquement soit statiquement en considérant un ou plusieurs problèmes déterministes hors ligne. Ceux-ci peuvent être résolus avec des heuristiques (de type bin packing [2, 5]) ou de la programmation linéaire [1]. Dans cet article, nous étendons [3, 4] et résolvons avec une approche à horizon roulant un modèle multi-périodes stochastique à horizon fini et à temps discret avec des tâches de caractéristiques différentes et aléatoires. Nous comparons plusieurs heuristiques et l'approche par programmation linéaire.

2 Le modèle de planification stochastique

Nous considérons un modèle à horizon fini N et à temps discret où les intervalles de temps (ou slots) sont d'une durée finie δ et identifiés par un entier t. Chaque slot t a une capacité maximale de traitement en tonnes C_t et un coût de setup σ_t dès lors qu'on exécute un traitement, dont la durée est celle du slot. Les tâches sont annoncées au cours du temps suivant un processus de Poisson. Une tâche τ_i est définie par une fenêtre de disponibilité $w_i = [r_i, d_i]$, avec r_i sa date de réalisation (ou d'arrivée) (qui diffère de la date d'annonce) et d_i, sa date d'échéance, ainsi que par son poids m_i (aléatoire qui suit une loi uniforme) et son gain g_i (aléatoire qui suit une loi uniforme). Une tâche ne peut être exécutée que durant sa fenêtre de disponibilité. Le but de ce travail est de maximiser les gains moyens reçus au cours d'une trajectoire. Pour cela on définit par $\mathcal{G}_t(\mathcal{Q}_t)$ les gains reçus au cours du slot t lorsqu'on a sélectionné le sous ensemble de tâches $\mathcal{Q}_t$ qui seront exécutées durant le slot t. Notre fonction objectif est :

$$f = \mathbb{E}\left[\sum_{t=1}^{t=N}\Big(\mathcal{G}_t\left(\mathcal{Q}_t\right)\Big)\right] .$$

Nous cherchons donc la suite des meilleures décisions qui consistent à sélectionner parmi l'ensemble $\mathcal{X}_t$ des tâches exécutables au temps t, le sous ensemble de celles qui seront exécutées en tenant compte des évolutions futures.

2.1 Un modèle à horizon roulant

Il n'est pas possible de considérer l'ensemble des réalisations futures possibles à partir d'un slot t. Nous ne considérons ici que les évolutions sur les H prochains slots à partir du slot t. Le problème de planification à horizon N est approché par un problème de planification à horizon H (avec $H < N$). L'horizon H est roulant car au slot $t+1$, nous allons considérer le problème sur les H prochains slots à partir du slot $t+1$. La décision à appliquer au slot t, $\mathcal{Q}_t$, sera déterminée à partir de la solution optimale du problème de planification de taille H. Nous supposons ici que l'horizon H est choisi afin de rester dans le cadre des politiques *myopes* qui permet de considérer pour la planification soit un sous-ensemble soit la totalité de l'ensemble $\mathcal{R}_t$ des tâches connues au slot t. Le planning à résoudre est ainsi déterministe. L'ensemble $\mathcal{R}_t$ est mis à jour au début de chaque slot. Pour résoudre le problème d'affectation de tâches sur l'intervalle $[t, t+H]$, nous utilisons soit des méthodes approchées : des heuristiques basées sur des adaptations de *First In First Out (FIFO)* et *Earliest Deadline First (EDF)* ou des méthodes exactes en utilisant la programmation linéaire. Envisager des politiques *lookahead* pour lesquelles l'ensemble des tâches à considérer pour la planification contient aussi une part d'aléatoire est une perspective des travaux.

3 Expérimentations Numériques

Nous avons conçu un simulateur qui, à partir d'une configuration donnée des paramètres, réalise 500 simulations de Monte Carlo du problème jusqu'à l'horizon 200. Les différentes valeurs observées sont collectées pour obtenir des valeurs moyennes des gains (GM) et des taux de perte (TPM) de tâches. Sur notre instance la P.L. donne de meilleurs résultats, ce qui demande à être validé sur un jeu de données plus large.

C_t	5		7		9		10		11	
	GM	TPM	GM	TPM	GM	TPM	GM	TPM	GM	TPM
EDF	2.00	20.38	3.57	11.24	5.05	7.63	5.72	6.53	6.38	5.6
FIFO	1.94	18.50	3.39	7.58	5.04	1.49	5.77	0.80	6.5	0.55
FIFO opt	1.96	26.75	3.46	9.61	5.10	2.08	5.84	1.20	6.58	0.68
PL	2.16	11.74	3.65	1.57	5.45	0.29	6.13	0.31	6.97	0.29

Références

[1] B. Addis, G. Carello, A. Grosso, and E. Tànfani. Operating room scheduling and rescheduling : a rolling horizon approach. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 2016.

[2] T. Benoist, E. Bourreau, Y. Caseau, and B. Rottembourg. Towards stochastic constraint programming : A study of online multi-choice knapsack with deadlines. In *International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming*, 2001.

[3] J. Meng-Gérard, P. Chrétienne, P. Baptiste, and F. Sourd. On maximizing the profit of a satellite launcher : selecting and scheduling tasks with time windows and setups. *Discrete Applied Mathematics*, 2009.

[4] F. Sahin, A. Narayanan, and E. Powell Robinson. Rolling horizon planning in supply chains : review, implications and directions for future research. *International Journal of Production Research*, 2013.

[5] P. Van Hentenryck, L. Mercier, R. Bent, and Y. Vergados. Online stochastic reservation systems. *Annals of Operations Research*, pages 101–126, 2009.