

Laurent Alfandari¹, Alborz Hassanzadeh¹, Ivana Ljubic¹

¹ESSEC Business School, Cergy, France

{alfandari, hassanzadeh, ljubic}@essec.edu

Mots-clés : *Revenue Management, Assortiment optimal, Programmation Fractionnaire, Programmation entière non-linéaire, Complexité, Branch-and-Bound ,*

Résumé

Nous étudions le problème de maximisation du revenu consistant à trouver un assortiment optimal de produits quand les consommateurs suivent un modèle de choix nested-logit, qui étend le modèle de choix MNL classique de Mc Fadden (voir [Mc Fadden 1973], et [Kok et al. 2008] pour une revue des problèmes d'assortiment optimal).

Ce problème est connu comme étant polynomial sous deux conditions : (i) les coefficients de dissimilarité de chaque nid (*nest*) sont tous inférieurs à 1, et (2) l'utilité de l'option de non-achat est égale à 0.

Dans ce cas, l'algorithme optimal est basé sur un tri des produits par revenu décroissant dans chaque *nest* et utilise la Programmation Linéaire. Si (i) ou (ii) ne sont pas vérifiés, le problème est NP-difficile, et les seuls algorithmes existants dans la littérature dans ce cas sont des heuristiques d'approximation (voir [Davis et al., 2014]).

Pour les cas NP-difficiles, nous proposons une approche exacte de Programmation Fractionnaire incluant un algorithme dédié de Branch-and-Bound pour résoudre le sous-problème paramétré de la Programmation Fractionnaire (voir [Dinkelback 1967, Megiddo 1978]). Une particularité intéressante de cette approche et justifiant son efficacité, est que le sous-problème paramétré est décomposable par *nest*, ce qui permet de résoudre de multiples sous-problèmes de plus petite taille par branch-and-bound au lieu d'un plus gros problème incluant tous les *nests*. Cependant, chaque sous-problème reste un problème d'optimisation non-linéaire (avec fonction puissance non entière) en variables 0-1, dont nous montrons qu'il est lui aussi NP-difficile.

Le branch-and-bound proposé n'est pas un algorithme standard. Il englobe :

1. Une phase de pré-traitement permettant d'identifier un sous-ensemble de produits certains d'être sélectionnés ou non à l'optimum, à partir de seuils de revenu, et de réduire ainsi la taille du sous-problème à résoudre,
2. Des bornes supérieures ad-hoc utilisant des approximations des fonctions non-linéaires, et permettant d'élaguer des branches de l'arbre de recherche.

Notons que notre algorithme est générique dans le sens où il s'adapte à tout type de structure, tout mix de coefficients de similarité entre les *nests* et tout mix d'utilités des options de non-achat.

Les résultats numériques sur des instances allant jusqu'à plusieurs centaines de produits par *nest*, montrent que la méthode combinant Programmation Fractionnaire et Branch-and-Bound pour le sous-problème paramétré, permet de résoudre à l'optimum la quasi-totalité des instances, avec parfois une amélioration significative du revenu par rapport à l'heuristique classique basée sur le tri des produits par revenu décroissant.

Références

- [1] Davis JM, Gallego G, Topaloglu H (2014) Assortment optimization under variants of the nested logit model. *Operations Research* 62(2):250–273.
- [2] Dinkelbach W. (1967) On nonlinear fractional programming. *Management science* 13(7):492–498.
- [3] Kok AG, Fisher ML, Vaidyanathan R (2008) Assortment planning: Review of literature and industry practice. *Retail supply chain management*, 99–153 (Springer).
- [4] Mc Fadden D, et al. (1973) Conditional logit analysis of qualitative choice behavior. *Frontiers in Econometrics*, ed. by P. Zarembka, New York: Academic Press, 105-142.
- [5] Megiddo N (1978) Combinatorial optimization with rational objective functions. *Proceedings of the tenth annual ACM symposium on Theory of computing*, 1–12 (ACM).